

Voorronde Nederlandse Sterrenkunde Olympiade 2018

Universiteit van Amsterdam

15 maart 2018

1 Inleiding

Leuk dat je meedoet aan de Nederlandse Sterrenkunde Olympiade 2018! Zoals je ongetwijfeld weet is dit de voorronde; de beste inzenders zullen worden uitgenodigd voor een driedaagse masterclass in Amsterdam. Degene die de toets aan het einde van de masterclass het beste maakt, wint een waarneemreis naar het Canarische eiland La Palma. Er zijn ook mooie prijzen voor de nummers twee en drie! Om geselecteerd te worden voor deze masterclass is het de bedoeling dat je de onderstaande vragen en opdrachten maakt en je antwoorden en uitwerkingen uiterlijk **1 mei 2018, 23h59m** upload op de site van de Sterrenkunde Olympiade 2018: <http://www.sterrenkundeolympiade.nl/>. De volgende regels gelden:

- Maak de opgaven bij voorkeur met een (zwarte) pen op papier, of als Word-bestand. Scan het handgeschreven werk in (dus geen foto's!). Op het papier mag je tekst schrijven, berekeningen doen, diagrammen maken, tabellen of plotjes plakken, of wat je zelf ook maar nodig acht om de vragen en opdrachten goed te kunnen beantwoorden. Je dient je werk te uploaden als Jansen-Jan-NSO2018.pdf of Jansen-Jan-NSO2018.doc. Je kunt ook Excel-bestanden als bijlagen uploaden (Jansen-Jan-bijlagevraag3d.xls)
- Doe de open vragen/opdrachten elk op een apart blad.
- Vermeld op al je werk de volgende persoonlijke gegevens: naam en postadres, e-mailadres, telefoonnummer, en school.
- Ook als je niet op alle vragen een (volledig) antwoord hebt gegeven, stuur dan toch je uitwerkingen in! De ene vraag is moeilijker dan de andere. Het is zeer aannemelijk dat niemand alle vragen 100% goed heeft. Je hoeft de vragen ook niet op volgorde te maken.
- Bewaar zelf een kopie van je antwoorden.
- Na het opsturen van je antwoorden/oplossingen ontvang je per e-mail een ontvangstbevestiging. Mocht je vijf werkdagen na het opsturen van je antwoorden nog geen bevestiging ontvangen hebben, neem dan contact op met ons, via secr-astro-science@uva.nl
- De inzendingen worden nagekeken door een daarvoor aangewezen commissie. Over de uitslag kan niet worden gecorrespondeerd.

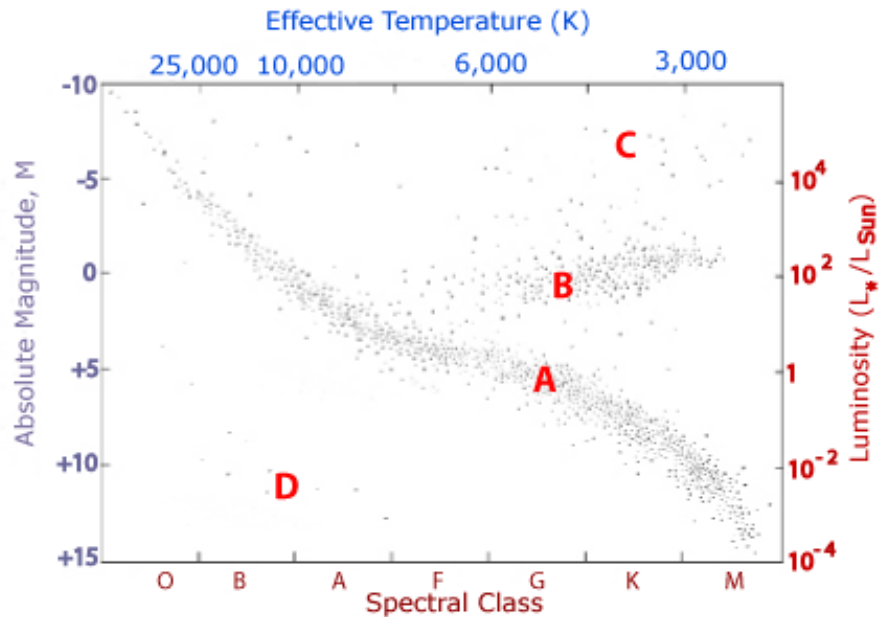
- Voor de meerkeuzevragen geldt: er is altijd één antwoord goed. Bij twijfel: kies het meest correcte antwoord!
- Voor de open vragen/opdrachten zul je niet alle benodigde informatie voorhanden hebben. Het is dus goed mogelijk dat je een begrip of een getal (bijvoorbeeld de massa van de zon of de maan) op internet of in een boek wilt opzoeken. Dit mag je dan ook doen waar je dat maar noodzakelijk lijkt. Vermeld bij de afzonderlijke vraag welke bronnen je gebruikt hebt.

Heel veel succes, en bedenk: je steekt er altijd wat van op!

2 Meerkeuze vragen

1. Een Wolf-Rayetster is een zware ster met krachtige sterrenwinden. Met welke letter(s) wordt deze ster in het Morgan-Keenan (MK) classificatiesysteem aangeduid?
 - A O
 - B B
 - C O en B
 - D W
2. Astronomen vermoeden dat de eerste sterren in het Universum zogenoemde populatie III sterren zijn. Het spectrum van deze populatie III sterren bevat hoogstwaarschijnlijk:
 - A geen spectraallijnen
 - B spectraallijnen van alleen Waterstof en Helium
 - C spectraallijnen van extreem zware metalen
 - D spectraallijnen van kleine molecuuldeeltjes
3. Net als de Aarde hebben neutronensterren een atmosfeer. De zwaartekracht van neutronensterren, die maar zo'n 10 km in straal zijn, is echter veel groter dan op Aarde. Hoe hoog is de atmosfeer van een neutronenster (tip: die straal van de Aarde is ongeveer 6400 km, en de atmosfeer is ongeveer 100 km hoog).
 - A Ongeveer 150 meter
 - B Ongeveer 1.5 km
 - C Ongeveer 1.5 mm
 - D Een neutronenster bestaat geheel uit een atmosfeer.
4. Neutronensterren hebben ongeveer de massa van onze Zon, maar zijn zo groot als Amsterdam. Daardoor bestaat de ster uit neutronen, protonen, elektronen en eventueel allerlei vreemde andere (onbekende) vormen van materie. Een belangrijk doel van de sterrenkunde is onderzoeken wat voor materiaal dat precies is. Een manier om dit te doen is om te onderzoeken hoe de straal en het gewicht van een neutronenster samenhangen. Wat gebeurt er met de afmeting van een neutronenster als je er massa aan toevoegt?
 - A de neutronenster wordt groter
 - B de neutronenster wordt kleiner
 - C dat hangt af van hoe zwaar de neutronenster is
 - D dat weten we niet

5. De ontsnappings-snelheid van een object is de snelheid die nodig is om te ontsnappen aan de zwaartekracht van dit object. De rand van een zwart gat, van waarbinnen er geen ontsnapping meer mogelijk is, heet de waarnemingshorizon. Wat is de ontsnappingssnelheid van een zwart gat als je op de waarnemingshorizon staat?
- A oneindig groot
 - B de lichtsnelheid
 - C dat hangt af van het gewicht van het zwarte gat
 - D dat hangt af van het gewicht van de ontsnapper
6. Welke van de onderstaande combinaties van grootheden beschrijft een zwart gat en al zijn eigenschappen?
- A massa, rotatie en magnetisch veld
 - B massa, straal en rotatie
 - C massa, elektrische lading en rotatie
 - D massa, straal en elektrische lading
7. Zwarte gaten zijn lastig te detecteren, aangezien zelfs licht niet kan ontsnappen aan hun aantrekkingskracht. Op welke manier zijn de meeste zwarte gaten gevonden?
- A waarnemingen van de centra van sterrenstelsels
 - B waarnemingen van binaire systemen waarin een ster rond een zwart gat draait
 - C waarnemingen van zwaartekrachtgolven
 - D er is nog nooit een zwart gat gevonden
8. Een van de mogelijke eindes in de evolutie van een ster is een witte dwerg. In Figuur (1) is een zogenoemd Hertzsprung Russell (HR) diagram weergegeven. De letters geven verschillende fases aan in de evolutie van een ster, die dus verschillende plekken hebben in dit diagram. Welke van de letters hoort bij de groep witte dwergen?
- A
 - B
 - C
 - D
9. Een open sterrenhoop is een groep van sterren die hoogstwaarschijnlijk op hetzelfde moment uit dezelfde moleculaire wolk is ontstaan. De leeftijd van zo'n open sterrenhoop kan bepaald worden door naar het Hertzsprung-Russell diagram te kijken. Op welk van de volgende redeneringen is die tijdsbepaling berust?
- A In een oude open sterrenhoop worden geen zware sterren geboren
 - B In een oude open sterrenhoop worden geen lichte sterren geboren



Figuur 1: HR diagram met daarin verschillende fases van de evolutie van een ster geplot

- C In een oude open sterrenhoop zijn de lichte sterren met spectraalklasse F,G, K, M al verder ontwikkeld als ster en ontbreken deze dus in de groep aangeduid met de letter A in het HR-diagram.
 - D In een oude open sterrenhoop zijn zware sterren met spectraalklasse O, B, A al verder ontwikkeld als ster en ontbreken deze dus in de groep aangeduid met de letter A in het HR-diagram.
10. Na koolstoffusie in een zware ster komt de fusie van neon waarin zuurstof en magnesium geproduceerd wordt, gevolgd door zuurstoffusie tot silicium. Hoewel er wel waterstof, helium, koolstof en zuurstof witte dwergen bestaan, zijn er geen silicium witte dwergen. Hoe komt dit?
- A De sterren die zwaar genoeg zijn om neon en zuurstoffusie in de kern te hebben, ontwikkelen zich tot andere objecten dan een witte dwerg.
 - B Silicium is te zwaar om de elektronen in een ontaarde toestand te krijgen en een witte dwerg te vormen.
 - C Bij neon en zuurstoffusie komt geen energie vrij omdat deze processen endotherm zijn, hierdoor is er geen energie beschikbaar om een witte dwerg te vormen.
 - D De neon- en zuurstoffusie duren zo kort dat er niet genoeg tijd is om een witte dwerg te vormen bestaande uit silicium.

11. Wat is de dominante fusie-reactie in zware hoofdreeks-sterren?
- A De proton-proton keten
 - B De CNO cyclus
 - C De helium-helium keten
 - D De proton-proton III keten
12. Fenomenen in de sterrenkunde kunnen grote verschillen in tijdsduur hebben. Welke van de volgende tijdschalen is het langste?
- A de dynamische tijdschaal
 - B de thermische tijdschaal
 - C de nucleaire tijdschaal
 - D de Hubble tijdschaal
13. De snelst draaiende pulsar die op dit moment bekend is, pulseert op een frequentie van $f = 716$ Hz. Dit betekent dat de pulsar ongeveer net zo snel ronddraait als...
- A een carrousel attractie op een kermis
 - B de laagste toon gespeeld op een basgitaar
 - C een blender
 - D de frequentie van een hondenfluitje
14. Op welke van de volgende manieren is tot op heden nog **niet** een super zwaar gat in het midden van een sterrenstelsel waargenomen?
- A Door middel van observaties van de gravitationele invloed van het zwarte gat op de banen van sterren die er heel dicht omheen draaien.
 - B Door middel van het maken van een directe foto van de horizon en de schaduw van deze horizon van een zwart gat.
 - C Door radiostraling te meten van de jets van een super zwaar zwart gat.
 - D Door röntgenstraling te meten van de jets van een super zwaar zwart gat.
15. Tijdens de Kepler missie zijn veel nieuwe planeten ontdekt door naar transits van exoplaneten te kijken. De meeste van deze ontdekte planeten hebben een massa ongeveer gelijk aan de massa van?
- A Mars
 - B de Aarde
 - C Neptunus
 - D Jupiter

3 Sirius A en Sirius B

De heldere ster Sirius heeft een begeleider die een onooglijk kleine witte dwerg is, Sirius B. De massa van die begeleider is echter niet gering, en lang voordat ze werd gezien werd haar aanwezigheid al opgemaakt uit de schommeling van de eigenbeweging van Sirius aan de hemel. De parallax van Sirius is $0.38''$ en de halve lange as van de relatieve beweging van de dubbelster is $7.5''$. De baanperiode is 50 jaar. Wat is de massa van de twee sterren samen?

Nu meten we verder dat de halve lange as van de baan van Sirius B $5.1''$ is. Wat zijn de massa's van Sirius A en B apart?

4 Een samentrekkende sferische gaswolk.

Sterren worden geboren uit samentrekkende gaswolken in het Universum. In de volgende vraag gaan we berekenen hoe lang het duurt voor zo'n gaswolk om samen te trekken. Deze tijd wordt ook wel de vrije-valtijd t_{ff} genoemd.

Ga er vanuit dat de gaswolk initieel in rust is met een radius r_0 en een ingesloten massa van m_0 , zie afbeelding (2). De snelheid waarmee de gaswolk kan samentrekken kan afgeleid worden door de kinetische energie en gravitationele energie te vergelijken, en wordt gegeven op straal r met de vergelijking

$$v(r) = \left(\frac{2Gm_0}{r} - \frac{2Gm_0}{r_0} \right)^{1/2} = -\frac{dr}{dt}, \quad (1)$$

met G de gravitatieconstante.

De vrije-valtijd t_{ff} voor de gaswolk om samen te trekken kan dan gevonden worden door middel van de volgende integraal

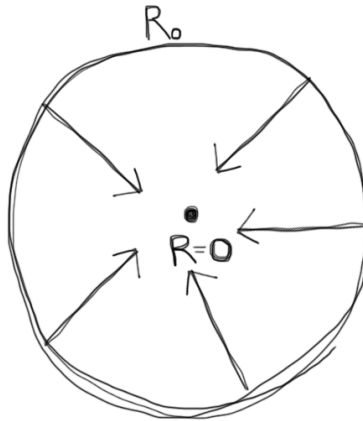
$$t_{ff} = \int_{r=r_0}^{r=0} \frac{dt}{dr} dr. \quad (2)$$

Laat zien dat de vrije-valtijd gegeven wordt door

$$t_{ff} = \left(\frac{\pi^2 r_0^3}{8Gm_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{3\pi}{32G\rho} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

met $\rho = 3m_0/4\pi r_0^3$

Hint: het kan handig zijn om de volgende substituties te doen: $r = xr_0$ en later $x = \sin^2\theta$.

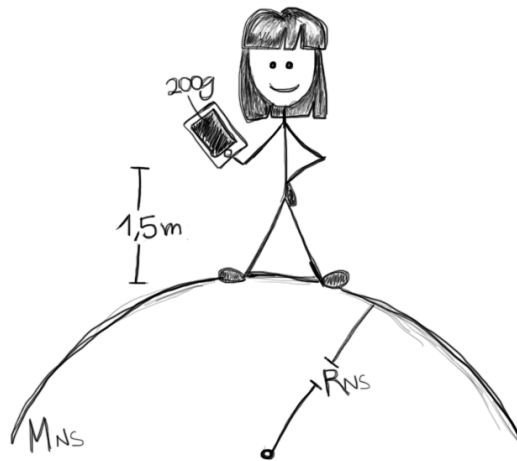


Figuur 2: Schematische weergave van een samentrekkende sferische gaswolk.

5 Energie van een smartphone

In de volgende vraag zul je onderzoeken hoeveel energie er vrij kan komen door middel van verschillende processen met een smartphone. In alle deelvragen mag je gebruiken dat een smartphone ongeveer 200 gram weegt, $m_p = 200$ gram. Let op: geef al je antwoorden op de energie in deze vraag in eenheden van erg, gebruik hiervoor dat $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$

- Op welke manieren kun je op aarde energie creëren?
- Een röntgen-dubbelster kan uit een gewone ster en een neutronenster bestaan, waarbij heldere röntgenstraling wordt gecreëerd doordat materie van de ster op de neutronenster valt. De volgende vraag gaat over de energie die vrijkomt bij zo'n proces.



Figuur 3: Schematische weergave van Nathalie op het oppervlak van een neutronenster.

Vraag: Stel je voor dat Nathalie, een sterrenkundige van het Anton Pannekoek Instituut in Amsterdam, op het oppervlak van een neutronenster staat. Ze laat (van schouderhoogte) een smartphone vallen, die dan naar de neutronenster toevalt totdat deze op het oppervlak van de neutronenster is beland. Bereken hoeveel energie vrijkomt bij deze val. Ga er hierbij vanuit dat de schouder van Nathalie zich op ongeveer 1,50 meter hoogte van het oppervlak van de neutronenster bevindt.

Hint: je kunt gebruiken dat de gravitationele potentiële energie tussen twee massa's beschreven kan worden met

$$E_{\text{pot}} = -\frac{GMm}{r}, \quad (4)$$

waarbij G de gravitatieconstante is, M en m de massa's van de objecten en r de afstand tussen de objecten.

- c Neem nu aan dat bij het ontploffen van 1 kg TNT ongeveer 4.2 MegaJoule (oftewel $4.2 \cdot 10^{13}$ erg) aan energie vrijkomt. Hoeveel kilogram TNT heb je nodig om dezelfde hoeveelheid energie te genereren als je gevonden hebt in vraag b?
- d We gaan nu berekenen hoeveel energie er daarvoor in de plaats vrij komt bij het volledig gebruiken van een smartphone batterij.

Neem aan dat een gemiddelde smartphone een capaciteit heeft van 2 AH (ampère-uur) en een voltage heeft van 4.2 Volt. Aangezien er 3600 secondes in een uur zitten, is dit gelijk aan een totale lading van de telefoon van $2 \cdot 3600 = 7,2 \cdot 10^3$ Coulomb. De energie die dus gebruikt kan worden totdat de batterij leeg is, kan berekend worden met de formule

$$E_{\text{phone}} = 0.5 \cdot Q \cdot V, \quad (5)$$

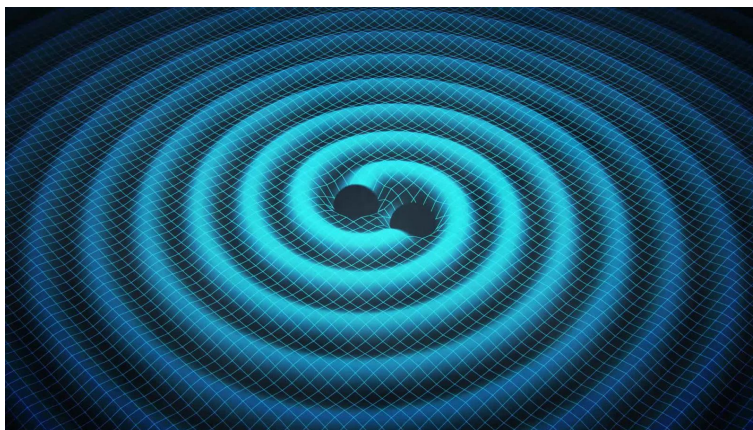
waar Q de totale lading en V het voltage zijn van de batterij.

Gebruik deze gegevens om te berekenen hoeveel energie er vrij komt als je de batterij van de smartphone geheel gebruikt.

- e Stel je nu voor dat Nathalie met haar smartphone op zak een andere avontuurlijke sterrenkundige, Joeri, tegenkomt die een anti-smartphone heeft (gemaakt uit antimaterie en vermoedelijk draaiend op het Diordna besturingssysteem). Hoeveel energie komt er vrij als de twee telefoons annihileren?
- f Hoeveel smartphones moet je 'verbruiken' (zie d) om dezelfde hoeveelheid energie te verkrijgen als in de antwoorden b en e?

6 Zwaartekrachtgolven van samensmeltende zwarte gaten

De volgende vraag gaat over stellaire zwarte gaten in dubbelsystemen die om elkaar heen draaien en steeds dichterbij komen totdat ze samensmelten. Een artistieke impressie van zo'n dubbel zwart gat is weergegeven in Figuur (4). In 2015 is voor het eerst zo'n samensmeltend dubbel zwart gat systeem waargenomen met de zwaartekrachtgolvendetectoren van LIGO. Dit waargenomen dubbelsysteem bestond uit een samensmelting van twee zwarte gaten van respectievelijk 29 en 36 zonsmassa's.



Figuur 4: Artistieke impressie van twee samensmeltende zwarte gaten. bron: LIGO

- a Waarom komen de zwarte gaten in zo'n dubbelsysteem steeds dichterbij elkaar toe?
- b Er wordt veel onderzoek gedaan in de sterrenkunde naar hoe deze twee zwarte gaten die samensmelten ooit zijn ontstaan. Een van de theorieën is dat ze al als dubbelster geboren worden en dat beiden sterren in het dubbelster-systeem zich ontwikkelen en uiteindelijk 'sterven' en een zwart gat vormen. Tijdens deze evolutie kan er ook massaoverdracht plaatsvinden van de ene ster naar de andere ster. Een artistieke impressie van massaoverdracht tussen twee sterren is weergegeven in Figuur (5). Deze massaoverdracht vindt alleen maar plaats als de straal van een van de sterren de zogenoemde Roche-lobstraal R_L overschrijdt tijdens de evolutie.

De Roche-lobstraal wordt gegeven door

$$R_L = a \frac{0.49q^{2/3}}{0.6 \cdot q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}, \quad (6)$$

waar q de massa ratio is tussen de twee sterren, $q = M_1/M_2$ met M_1 de zwaarste ster in het dubbelster systeem en M_2 de tweede ster.

Neem aan dat er geen massaverlies plaatsvindt tijdens de ontwikkeling van de sterren door middel van de supernova explosie of door sterrenwinden. Als we daarnaast ook aannemen

dat er geen massaoverdracht tussen de sterren plaatsvindt, betekent dit dat de sterren niet van massa veranderen gedurende hun leven, en dat de zwarte gaten gedetecteerd door LIGO van ($29M_\odot$ en $36M_\odot$) ook ooit begonnen zijn als een dubbelstersysteem met twee sterren van massa's $M_1 = 36M_\odot$ en $M_2 = 29M_\odot$. In de komende deelvragen gaan we deze aanname testen.

Neem aan dat de straal van een ster maximaal $1000R_\odot$ (zonneradii) wordt. Wat is de minimale afstand a die initieel tussen de twee sterren moet zitten zodanig dat er inderdaad geen massaoverdracht plaats vindt? Geef deze afstand in eenheden van zonneradii R_\odot .



Figuur 5: artistieke impressie van massaoverdracht tussen twee sterren. bron: ESO/M. Kornmesser/S.E. de Mink

- c Gebruik de derde wet van Kepler om de minimale afstand gevonden bij (b) om te schrijven naar een minimale periode (in dagen).
- d Uiteindelijk zullen de twee sterren in deze vraag een supernova explosie ondergaan en een dubbel zwart gat vormen. Neem aan dat de afstand, of equivalent de periode, tussen deze twee zwarte gaten gelijk is aan initiële afstand tussen de twee sterren. Hoeveel de periode van een dubbel-zwart-gat-systeem per tijdseenheid afneemt kan geschreven worden door de vergelijking

$$\frac{dP}{dt} \approx -\frac{192\pi}{5} \left(\frac{P}{2\pi}\right)^{-5/3} \left(\frac{GM_\odot}{c^3}\right)^{5/3} M_1 M_2 M_t^{-1/3}, \quad (7)$$

met P de periode, G de gravitatieconstante, M_\odot de massa van de zon, c de lichtsnelheid, M_1, M_2 respectievelijk de massa van ster 1 en ster 2 in het dubbelsysteem, en M_t de totale massa in het dubbelsysteem.

Leid aan de hand van deze formule af dat de tijd van een dubbelster systeem om samen te smelten gegeven kan worden door

$$\tau_{\text{ins}} = 2.6 \cdot 10^7 \text{jaar} \left(\frac{P}{\text{uur}} \right)^{8/3} \left(\frac{\mu}{M_{\odot}} \right)^{-1} \left(\frac{M_t}{M_{\odot}} \right)^{-2/3} \quad (8)$$

waarbij $\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$, de zogenoemde gereduceerde massa van het systeem is.

- e Gebruik de waarde gevonden voor de minimale periode in vraag c om de samensmelt tijd te bepalen van de zwarte gaten gevonden door LIGO, er vanuit gaande dat er geen massa-overdracht heeft plaatsgevonden.

Kunnen deze zwarte gaten op deze manier binnen de huidige leeftijd van het heelal ($13.7 \cdot 10^9$ jaar) samensmelten?

Wat kun je hieruit concluderen?

- f Er wordt geschat dat er ongeveer $3 \cdot 10^8$ zwarte gaten in het melkwegstelsel zijn. Uit de metingen van zwaartekrachtgolven blijkt dat er zo'n 10^{-6} samensmeltingen van zwarte gaten plaatsvinden per jaar in de Melkweg. Bepaal welke fractie van stellaire zwarte gaten in het melkwegstelsel zich in zo'n samensmeltend dubbel zwart gat systeem bevinden per jaar. Is deze fractie verrassend?
- g In 2017 is door LIGO en VIRGO ook voor het eerst een samensmeltend dubbel neutronenster systeem ontdekt. Het wordt verwacht dat het aantal neutronensterren dat samensmelt per jaar in de Melkweg wat hoger is dan het aantal dubbele zwarte gaten dat samensmelt in de Melkweg. Leg uit waarom, ondanks dit gegeven, het wellicht niet verrassend is dat de eerste detecties van LIGO van samensmeltende dubbele zwarte gaten kwamen.